Freidin A

LU: 433/15
H: 4 ord: 28

FECHA

Ejercicio 4:

a) Para demostrar la correctitud de SQ^* con respecto a A basta probar que SQ_1 y SQ_2 son válidas en A. Esto porque el resto de los axiomas de SQ^* (SQ) ya sabemos que cumplen correctitud sobre ~~todos~~ los modelos y luego por punto 1 de la práctica 7, por conservación de MP si se agregan axiomas válidos, con respecto a una clase, a un sistema ya correcto, este sigue siendo correcto con respecto a la clase.

SQ_1: lo que dice el axioma es para todo elemento del universo o son el elemento 0 o 1 o ~~[illegible]~~ formen parte de la imagen de f. Sin ser un "o" exclusivo. Esto es cierto en A pues f es la suma de +2 al parámetro de entrada. ~~SQ2: Dice que~~

Por lo que ~~[illegible]~~ para todo $m \in \mathbb{N}$ $m \neq 2$ y $m \neq 0$ $\exists k \in \mathbb{N}$ ~~[illegible]~~ tq $k+2 = m$. Ej: $m-2$

~~SQ~~

SQ_2: dice que ~~si~~ f es una función Inyectiva en A es cierto pues ~~en los naturales~~ f cumple dicha propiedad en los naturales.

$= +2$

b) SQ^* No es completa con respecto a A porque sea $M = \langle \mathbb{N}, 0, 1, =, id \rangle$ donde ~~la~~ función binaria es la función id. SQ^* ~~[illegible]~~ también es correcta con respecto a M pues SQ_1 es verdadero ya desde que para todo x $(\exists y)(x = f(y))$ en particular $y = x$. Y SQ_2 se cumple porque la función id

identidad

es inyectiva en los naturales   el único $y \in \mathbb{N}$ tq $f(y)=x$ es $y=x$.

Entonces volviendo a si SQ^* es completa con respecto a A. No porque sea $\varphi = \neg(\exists x)(f(x)=1)$. En A φ es válido pues 1 no forma parte de la imagen de $+2$.

Y si SQ^* fuese completa con respecto a A entonces $\vdash_{SQ^*} \varphi$ y como SQ^* tamb es correcto con respecto a M si $\vdash_{SQ^*} \varphi$ entonces $M \models \varphi$ pero en M 1 sí pertenece a la imagen de id, pues $id(1)=1$.

Por lo que φ no puede ser teorema de SQ^* y SQ^* no es completo con respecto a A.